

В вариант обязательно включаются задачи Ф11.1, Ф11.2, Ф11.5

Ф11.1-1 На бобслейной трассе один из поворотов представляет собой практически вертикальную стенку в виде четверти окружности. В этот поворот влетает бобслеист Виталик и проходит его по траектории, параллельной земле. Найдите отношение скорости Виталика на входе и на выходе из поворота, если коэффициент трения боба по льду $\mu = 0.05$.

Ф11.1-2 На бобслейной трассе один из поворотов представляет собой практически вертикальную стенку в виде четверти окружности. В этот поворот влетает бобслеист Виталик и проходит его по траектории, параллельной земле. Найдите отношение скорости Виталика на входе и на выходе из поворота, если коэффициент трения боба по льду $\mu = 0.02$.

Ответ. Вариант 1: $v_0/v = 1.04$; вариант 2: $v_0/v = 1.015$.

Решение. Поскольку траектория боба параллельна земле, влиянием силы тяжести можно пренебречь. Запишем проекцию второго закона Ньютона на направления вдоль силы реакции опоры и вдоль силы трения:

$$\begin{aligned}mv^2/R &= N, \\ m \frac{dv}{dt} &= -F_{\text{тр.}}.\end{aligned}$$

Учитывая, что $F_{\text{тр.}} = \mu N$ получим

$$\frac{dv}{v^2} = -\frac{\mu dt}{R}.$$

Подставив $dt = dL/v = R d\varphi/v$, получим

$$\frac{dv}{v} = -\mu d\varphi.$$

Интегрирование от $\varphi = 0$ до $\varphi = \pi/4$ приводит к равенству

$$v_0/v = e^{\mu\pi/4}.$$

Примечание: возможно решение через конечные разности.

Ф11.2-1 В процессе эксперимента в лаборатории общей физики оказалось, что теплоёмкость одноатомного газа зависит от его объема по закону $C = \alpha\nu RT/T_0$, где $\alpha = 3$. За время проведения эксперимента температура газа изменилась от значения T_0 до значения $T = 10,5T_0$. На сколько процентов изменился его объем?

Ф11.2-2 В процессе эксперимента в лаборатории общей физики оказалось, что теплоёмкость одноатомного газа зависит от его объема по закону $C = \alpha\nu RT/T_0$, где $\alpha = 2$. За время проведения эксперимента температура газа изменилась от значения T_0 до значения $T = 1,01T_0$. На сколько процентов изменился его объем?

Ответ. Вариант 1: $\Delta V/V = 7,85\%$; вариант 2: $\Delta V/V = 1,4\%$.

Решение.

Запишем первое начало термодинамики $CdT = dU + PdV$ и подставим выражения для теплоёмкости и для изменения внутренней энергии газа:

$$\alpha\nu R \frac{T}{T_0} dT = \frac{3}{2}\nu R dT + PdV.$$

Выразим давление из закона Менделеева-Клайперона $P = \nu RT/V$ и подставим в выражение выше:

$$\alpha\nu R \frac{T}{T_0} dT - \frac{3}{2}\nu R dT = \frac{\nu RT}{V} dV.$$

Переходя к конечным разностям получим

$$\frac{\Delta V}{V} = \alpha \frac{\Delta T}{T_0} - 3/2 \frac{\Delta T}{T}.$$

Примечание: точное решение с помощью интегрирования позволяет получить ответ в виде

$$\frac{\Delta V}{V} = \left(\frac{T_0}{T}\right)^{3/2} \exp \frac{\alpha(T - T_0)}{T_0} - 1.$$

Ф11.3-1 Экспериментатор Арина положила на гладкий стол пружину из $n = 1000$ витков, полная длина которой равна $l = 1$ м, радиус $r = 1$ см, а жесткость $k = 2$ Н/м. На сколько изменится длина пружины после пропускания через неё тока $I = 9$ А?

Ф11.3-2 Экспериментатор Арина положила на гладкий стол пружину из $n = 2000$ витков, полная длина которой равна $l = 0,5$ м, радиус $r = 2$ см, а жесткость $k = 50$ Н/м. На сколько изменится длина пружины после пропускания через неё тока $I = 10$ А?

Ответ. Вариант 1: $\Delta l = 15,6$ мм; вариант 2: $\Delta l = 42,1$ мм.

Решение. Запишем полную энергию пружины, с учётом энергии электромагнитной индукции:

$$E = \frac{LI^2}{2} + \frac{k(l' - l)^2}{2}.$$

Индуктивность катушки равна $L = \frac{\mu_0 n^2 \pi r^2}{l'}$, откуда

$$E = \frac{\mu_0 n^2 \pi r^2 I^2}{l'} + \frac{k(l' - l)^2}{2}.$$

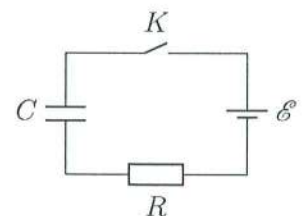
В равновесии энергия катушки имеет минимум. Найдём производную энергии по l' и приравняем её к нулю:

$$-\frac{\mu_0 n^2 \pi r^2 I^2}{l'^2} + k(l' - l) = 0.$$

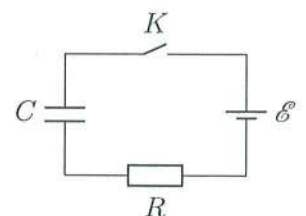
Считая, что $l' = l + \Delta l$ и $\Delta l \ll l$, получим

$$\Delta l \approx \frac{\mu_0 n^2 \pi r^2 I^2}{l^2 \left(k + \frac{2\mu_0 n^2 \pi r^2 I^2}{l^3} \right)}.$$

Ф11.4-1 В контуре из незаряженного конденсатора, резистора сопротивлением $R = 100$ Ом, ключа и идеального источника ЭДС $\mathcal{E} = 10$ В замыкают ключ. Найдите мощность источника ЭДС в момент, когда напряжение на конденсаторе равно $U = 3$ В.



Ф11.4-2 В контуре из незаряженного конденсатора, резистора сопротивлением $R = 150$ Ом, ключа и идеального источника ЭДС $\mathcal{E} = 15$ В замыкают ключ. Найдите мощность источника ЭДС в момент, когда напряжение на конденсаторе равно $U = 5$ В.



Ответ. Вариант 1: $P = 0,7$ Вт; вариант 2: $P = 1$ Вт.

Решение. Мощность источника ЭДС равна суммарной мощности тока через резистор и конденсатор:

$$P = \frac{(\mathcal{E} - U)^2}{R} + I_C U.$$

Ток через конденсатор равен току через резистор, поэтому $I_C = (\mathcal{E} - U)/R$. Отсюда

$$P = \frac{(\mathcal{E} - U)\mathcal{E}}{R}.$$

Ф11.5-1 Оптическая схема состоит из собирающей линзы и протяженного источника длиной 0,2 м, расположенного вдоль её оптической оси. Расстояние между ближним краем источника и линзой $d_1 = 1,5$ м, а фокусное расстояние линзы $F = 1$ м. В некоторый момент из-за повышения температуры показатель преломления линзы увеличился на $\delta n = 5 \cdot 10^{-4}$. Найдите, на сколько изменится длина изображения предмета, если начальный показатель преломления материала линзы $n = 1,5$.

Ф11.5-2 Оптическая схема состоит из собирающей линзы и протяженного источника длиной 0,3 м, расположенного вдоль её оптической оси. Расстояние между ближним краем источника и линзой $d_1 = 0,8$ м, а фокусное расстояние линзы $F = 0,5$ м. В некоторый момент из-за повышения температуры показатель преломления линзы увеличился на $\delta n = 9 \cdot 10^{-4}$. Найдите, на сколько изменится длина изображения предмета, если начальный показатель преломления материала линзы $n = 1,5$.

Ответ. Вариант 1: $\delta L = 1,57$ мм; вариант 2: $\delta L = 1,66$ мм.

Решение.

По формуле тонкой линзы расстояние от линзы до ближнего края изображения источника равно $f_1 = \frac{d_1}{d_1 D - 1}$, а до дальнего края $f_2 = \frac{d_2}{d_2 D - 1}$, где $D = 1/F$ — оптическая сила линзы. Длина изображения равна

$$L = |f_1 - f_2| = \left| \frac{d_1}{d_1 D - 1} - \frac{d_2}{d_2 D - 1} \right|.$$

С изменением показателя преломления изменяется оптическая сила линзы D : по формуле Шлиффовица $\delta D/D = \delta n/(n - 1)$. Тогда положение изображения краёв находится из равенства

$$f' = \frac{d}{d(D + \delta D) - 1} \approx f(1 - f\delta D).$$

Следовательно, длина изображения источника равна

$$L' = |f_1(1 - f_1\delta D) - f_2(1 - f_2\delta D)| = L|1 - (f_1 + f_2)\delta D|.$$

Окончательно находим изменение длины изображения источника:

$$\delta L = L(f_1 + f_2)D \frac{\delta n}{n}.$$

**Межвузовский центр воспитания и развития талантливой молодежи в области
естественно-математических наук «Физтех-Центр»**

Материалы данного конкурса доступны для свободного некоммерческого использования (при использовании ссылка на источник обязательна).

© Московский физико-технический институт (национальный исследовательский университет),
2023-2024.